

文章编号 1004-924X(2007)06-0818-06

空间薄膜反射镜面形设计及优化

齐迎春^{1,2}, 金光¹, 许艳军¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要: 在分析聚酰亚胺薄膜反射镜成型理论的基础上, 结合光学系统对反射镜面形的要求, 用有限元法求解了薄膜反射镜在一定预应力存在的条件下, 受均布载荷作用产生变形的数值解, 通过数据拟和给出了反射镜面形, 并计算了理论面形与计算面形的误差; 以反射镜镜面不同区域施加的载荷为设计变量, 薄膜的屈服强度为状态变量, 理想面形与计算面形的误差为目标函数, 用 ANSYS 软件对薄膜反射镜面形进行了优化; 最后以 Zernike 多项式为接口对反射镜面形进行了波前拟合, 给出了优化前后反射镜的像差, 证明了通过对薄膜反射镜施加适当的力场可以得到面形精度很好的抛物线面形。结果表明: 改变力场可以控制薄膜反射镜面形, 并得到需要的面形, 为实际设计、构建聚酰亚胺薄膜反射镜提供了理论基础、设计依据和方法。

关键词: 薄膜反射镜; 优化设计; 有限元法; Zernike 多项式

中图分类号: TH703; O435 **文献标识码:** A

Design and optimization for shape of space membrane mirror

QI Ying-chun^{1,2}, JIN Guang¹, XU Yan-jun¹

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;* 2. *Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039*)

Abstract: On analysis of the mechanics theory of polyimide membrane mirror, a numerical solution of membrane reflector on the equispaced load and proper pre-stressing force is computed, and the error between ideal surface and computed surface is given. Taking surface load on different areas of the mirror as design variable, yield strength of the membrane as state variable and mean square root of the error between ideal surface and computed surface as target function, the surface shape of membrane mirror is optimized with ANSYS software. Finally, the wavefront of the mirror before and after optimization is calculated using Zernike polynomial fitting, and aberration of the mirror is presented. The results show that the shape of high accuracy parabolic membrane mirror can be obtained applying appropriate loads on different areas of the membrane mirror.

Key words: membrane mirror; optimal design; finite element method; Zernike polynomial; optimization

收稿日期: 2006-05-26; 修订日期: 2007-01-10.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 60575025)

1 引言

超轻薄膜反射镜的概念是应空间光学系统中主反射镜的大型化、轻量化的要求提出的,主要目的是通过选用轻质的反射镜材料、反射镜支撑结构材料,设计适当的反射镜背面形状、结构形式等,来减轻大口径反射镜的重量^[1,2]。但随着反射镜口径的增大,如口径达到几米时,轻质的传统反射镜材料如碳化硅、金属铍等会由于本身刚性、密度等限制和运载火箭承载能力的限制,很难满足要求。在此应用背景下,NASA等研究机构提出了聚酰亚胺薄膜反射镜的概念^[3]。与普通反射镜相比,以聚酰亚胺薄膜为基底的空间薄膜反射镜具有突出的耐热性、耐辐射性和机械性能,其面密度仅为 18 g/m^2 ,结合其优良的柔韧性,可以突破运载火箭承载空间和承载能力对光学系统孔径和重量的限制。

本文在分析聚酰亚胺薄膜反射镜面形成理论的基础上,结合光学系统对反射镜面形的要求,首先用有限元法求解了薄膜反射镜在一定预应力存在的条件下,受均布载荷作用产生变形的数值解,通过数据拟和给出了反射镜面形,并计算了理论面形与计算面形的误差;以反射镜镜面不同区域施加的载荷为设计变量,薄膜的屈服强度为状态变量,理想面形与计算面形的误差为目标函数对薄膜反射镜面形进行了优化;最后以 Zernike 多项式为接口对反射镜面形进行了波前拟和。证明了通过对薄膜反射镜施加适当的力场可以得到面形精度很好的抛物线面形;同时证明了通过改变力场可以控制薄膜反射镜面形,得到想要的面形。

2 薄膜反射镜成型机理

薄膜反射镜的成型过程也就是膜结构形状确定问题。膜结构与一般结构不同,它的变形比一般结构要大一些,它的形状也是随着外部条件逐步形成的,由于膜本身没有刚度,需要施加预应力使之承受张力,因此,膜结构形状确定首先要设定其大致的几何外形,然后对膜面施加预应力,使

其具有一定的刚度,产生初始形状,最后根据实际情况施加外载荷,得到想要的几何外形。很多学者对薄膜形状确定问题进行了研究^[4-8],薄膜理论是膜结构分析的理论基础,轴对称 Karman 方程是描述圆薄板的常用方程(方程 1、2),根据薄膜结构不能承受弯矩的特性,去掉方程中的弯矩项,即可得到薄膜变形力学方程(方程 3、4 为均布力作用下的薄膜方程),Hencky 给出了圆薄膜在均布力作用下的级数解^[2],证明了薄膜的变形方程可以表示为一个多项式序列。

本文假定:(1)聚酰亚胺薄膜为各向同性线弹性材料(在屈服极限内);(2)载荷分析可不考虑徐变的影响;(3)施加预应力后,膜结构张紧的如同平板,初始态的垂度可忽略不计。

轴对称 Karman 方程:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r N_r \frac{dw}{dr}) + q(r) = D \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{dw}{dr}, \quad (1)$$

$$\frac{Eh}{2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 + r \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r^2 N_r) = 0, \quad (2)$$

简化后的均布力负载时的薄膜力学模型:

$$N_r \frac{dw}{dr} + \frac{p}{2} r = 0, \quad (3)$$

$$\frac{Eh}{2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 + r \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r^2 N_r) = 0, \quad (4)$$

E —弹性模量, h —薄膜厚度, w —挠度, T_r —薄膜力, p —均布力, r —薄膜半径($0 \sim a$), $q(r)$ —任意分布的侧向载荷

Sergey A. Dimakov 给出了式(3),(4)在薄膜周边存在预拉伸力 T 条件下的近似解析解^[5]:

$$\omega(r) = \omega(0) - \frac{r^2}{4f} - \omega(r) \quad (f \text{ 为抛物线的焦距})$$

从得到的解方程可以看出,圆薄膜反射镜在侧向均布外载荷作用下的面形近似为抛物面,但是存在一定的误差 $\omega(r)$ 。抛物面是光学系统应用较广泛的反射镜面形,为了确定得到精确抛物面面形反射镜的外载荷分布形式,本文用有限元法求解了圆薄膜在外载荷作用下的大变形问题,将反射镜分为 10 个部分,如图 1。为了使其具有一定刚度,根据聚酰亚胺薄膜的温度与应力的对应关系, $S = Eah\Delta T$,通过施加温度使其面内产生均布应力;在各个部分施加相同的均布载荷,计算变形的数值解,通过数据拟和给出了反射镜面形,并计算了理论面形与计算面形的误差,以此为初

始条件,以在反射镜不同区域施加的载荷为设计变量,薄膜的屈服强度为状态变量,理想面形与计算面形的误差为目标函数对薄膜反射镜面形进行了优化。

3 薄膜反射镜的面形及数据处理、分析

薄膜反射镜的材料特性: $E=2.17 \times 10^9$, $\nu=0.34$, σ_y (屈服极限) $=9.3 \times 10^7$, α (热膨胀系数) $=29 \times 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$, h (厚度) $=25 \mu\text{m}$ 。

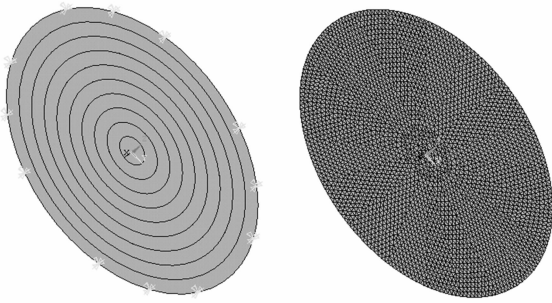


图 1 空间薄膜反射镜几何模型和有限元模型

Fig.1 Geometrical and finite element models of the membrane mirror

3.1 均布载荷下的反射镜面形及数据处理

膜结构特殊的力学特点和材料特性使其问题的求解成为力学领域的难点,刘开国从力学模型角度研究了板式膜结构的变形问题^[6],段浩等人研究了大挠度橡胶圆板的解法,并对 Hencky 解进行了修正^[5],郑晓静研究了圆薄板大变形问题^[8]。有限元法是现代设计方法中应用十分广泛的一种数值计算方法,以其灵活、有效、准确等特点可以解决很多复杂问题,如流体动力学问题、复

杂边界问题、电磁耦合场分析、几何大变形等,目前很多学者用有限元法来求解膜结构问题,张奕淦用 ANSYS 有限元分析软件对膜结构进行了分析^[9],何志军等用非线性有限元对膜结构的初始形态进行了分析^[10]。

本文采用非线性有限元法求解薄膜的大变形问题,应用 ANSYS 软件提供的膜单元,将反射镜划分为均匀的三角形单元,在反射镜的不同区域施加相同的均布载荷 P ,面内预应力 $S=Eah\Delta T=0.031465 \text{ Pa}(\Delta T=0.02)$,通过多次迭代的方法消除残余应力,最终得到均布载荷作用下的反射镜变形数值解,提取各节点变形值,用三维数值拟和方法拟和出反射镜的面形;根据反射镜焦距计算原理,以反射镜中心点变形和边界点变形为基础,得到理想抛物线反射镜面形。

图 2(a)为两个抛物面的侧向半边投影图,从图中可以看出两抛物面之间的误差很大,为了使计算得到的抛物面与理想抛物面尽量一致,本文以 ANSYS 提供的优化方法对此进行了优化。

3.2 反射镜面形优化

优化步骤:

(1)计算均布载荷作用下的反射镜变形,并提取计算结果,如反射镜各节点变形值、最大变形值、最大等效应力等;

(2)根据抛物线反射镜面形确定方法,以最大变形值和边界节点值为基础,计算理想抛物线面形;

(3)计算反射镜各节点变形值与理想抛物面相应点的挠度值的差值,并求出这些差值的均方根值 RMS,RMS 越小,计算面形与理想面形越接近;

(4)以反射镜面上 10 个不同区域的侧向载荷 P_1 到 P_{10} 为设计变量,薄膜的屈服强度为状态变量,求得的 RMS 为目标函数,选取一阶优化方法对反射镜面形进行优化。

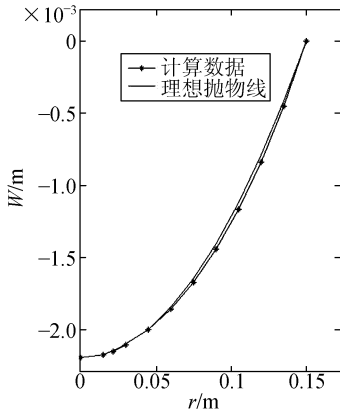
表 1 优化前后的计算反射镜面形、理想反射镜面形和 RMS 值

Tab.1 Membrane mirror shapes before and after optimizing and their RMS values

| | 计算面形 | 理想面形 | RMS |
|-----|--------------------------------|--------------------------------|-------------|
| 优化前 | $w=0.0963(x^2+y^2)-0.002205$ | $w=0.0976(x^2+y^2)-0.002196$ | 0.19457E-04 |
| 优化后 | $w=0.10179(x^2+y^2)-0.0022987$ | $w=0.10221(x^2+y^2)-0.0022998$ | 0.58365E-05 |

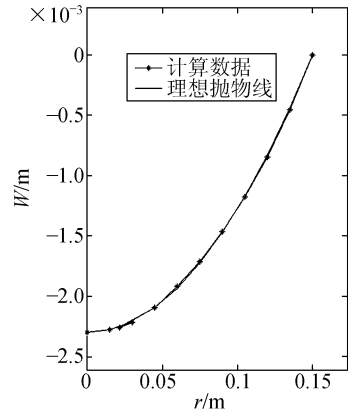
表 1 为优化前后的计算反射镜面、理想反射镜面形和 RMS 值,图 2(b)为优化后得到的两个抛物面的侧向半边投影图,可以看出,计算面形与

理想面形的误差明显减小,面形拟和的 RMS 值也提高了一个数量级。



(a) 优化前的对比图

(a) Comparison diagram before optimizing



(b) 优化后的对比图

(b) Comparison diagram after optimizing

图 2 理想和计算反射镜面形投影曲线

Fig. 2 Projects of ideal and computed mirror shapes

3.3 反射镜像差计算

为进一步了解反射镜的面形,计算了反射镜的像差。Zernike 多项式是理想的结构分析与光学分析程序之间的接口工具,很多学者对用 Zernike 多项式拟和光学元件的波前进行了研究^[11-13],鄢静舟对用 Zernike 多项式进行波面模拟和的方法进行了讨论和总结^[11],单宝忠应用

Gram-smith 正交化方法对 Zernike 多项式进行了拟和^[12]。本文应用 Gram-smith 正交化方法,以 Zernike 多项式为接口,编制程序,对反射镜的波前进行了拟和,表 2、3 分别给出了优化前后的 Zernike 多项式系数,Zernike 多项式的每项系数都有不同的像差,从表中可以看出,优化后的各项像差均有减小。

表 2 优化前的 Zernike 系数

Tab. 2 Zernike coefficients before optimizing

| 项数 | 系数 | 项数 | 系数 | 项数 | 系数 |
|----|-----------------------|----|-----------------------|----|-----------------------|
| 1 | -1.145 591 064 620 94 | 13 | 0.000 398 778 430 31 | 25 | -0.020 036 416 195 15 |
| 2 | 0.000 000 054 876 77 | 14 | -0.000 001 251 493 15 | 26 | 0.000 000 445 877 60 |
| 3 | -0.000 005 214 186 25 | 15 | -0.000 005 364 630 28 | 27 | 0.000 010 369 247 17 |
| 4 | 0.000 030 623 737 15 | 16 | -0.000 002 916 943 71 | 28 | -0.000 000 034 643 86 |
| 5 | -1.137 259 174 127 53 | 17 | -0.000 005 677 819 31 | 29 | 0.000 000 413 773 71 |
| 6 | 0.000 000 553 161 63 | 18 | 0.000 021 912 027 35 | 30 | 0.000 006 477 432 28 |
| 7 | 0.000 002 405 857 14 | 19 | -0.000 010 716 574 59 | 31 | 0.000 003 292 400 83 |
| 8 | -0.000 001 703 125 77 | 20 | 0.000 013 012 418 87 | 32 | -0.000 032 168 952 44 |
| 9 | 0.000 010 588 226 52 | 21 | -0.000 001 029 114 34 | 33 | 0.000 004 639 880 73 |
| 10 | -0.000 004 218 101 33 | 22 | -0.000 010 239 854 32 | 34 | -0.000 011 148 034 29 |
| 11 | -0.000 133 068 444 33 | 23 | 0.000 190 401 139 92 | 35 | 0.000 000 535 544 46 |
| 12 | -0.000 074 875 730 19 | 24 | 0.000 122 728 298 77 | 36 | -0.000 000 243 338 62 |

表 3 优化后的 Zernike 系数

Tab.3 Zernike coefficients after optimizing

| 项数 | 系数 | 项数 | 系数 | 项数 | 系数 |
|----|-----------------------|----|-----------------------|----|-----------------------|
| 1 | -1.067 499 522 119 20 | 13 | -0.034 031 986 874 83 | 25 | -0.007 891 981 650 30 |
| 2 | -0.000 004 698 383 19 | 14 | 0.000 001 335 948 69 | 26 | -0.000 001 013 044 16 |
| 3 | -0.000 013 495 822 64 | 15 | -0.000 004 529 002 22 | 27 | 0.000 008 978 635 39 |
| 4 | 0.000 025 611 178 59 | 16 | -0.000 002 047 411 51 | 28 | -0.000 000 313 110 76 |
| 5 | -1.087 535 123 573 39 | 17 | -0.000 004 952 369 26 | 29 | -0.000 000 005 449 29 |
| 6 | -0.000 000 616 369 64 | 18 | -0.000 015 495 474 54 | 30 | 0.000 003 782 808 87 |
| 7 | 0.000 001 970 712 80 | 19 | -0.000 059 296 634 48 | 31 | 0.000 002 830 077 48 |
| 8 | 0.000 007 975 217 44 | 20 | 0.000 013 584 291 84 | 32 | 0.000 019 567 769 64 |
| 9 | 0.000 029 011 071 02 | 21 | -0.000 001 371 217 58 | 33 | 0.000 064 303 594 54 |
| 10 | -0.000 004 832 936 56 | 22 | -0.000 034 493 970 31 | 34 | -0.000 011 157 471 31 |
| 11 | -0.000 116 420 236 75 | 23 | 0.000 159 194 691 84 | 35 | 0.000 001 354 665 99 |
| 12 | -0.000 090 266 049 46 | 24 | 0.000 074 980 941 04 | 36 | -0.000 000 410 064 49 |

4 结 论

聚酰亚胺轻质薄膜反射镜作为解决反射镜口径与重量、分辨率等相互制约问题的理想方法,正在引起光学界的重视。本文在分析聚酰亚胺反射镜成形力学机理的基础上,用有限元法求解了均布载荷和预应力作用下得到的反射镜面形与理想抛物面面型的误差;通过优化方法求得了获取

与抛物面面型误差很小的反射镜计算面型的条件;最后以 Zernike 多项式为接口对反射镜面形进行了波前拟和,给出了优化前后反射镜的像差。证明了通过对薄膜反射镜施加适当的力场可以得到面形精度很好的抛物线面形;同时证明了通过改变力场可以控制薄膜反射镜面形,得到想要的面形,为实际设计、构建聚酰亚胺薄膜反射镜提供了理论基础,设计依据和方法。

参考文献:

- [1] 张舸,赵文兴. 轻型反射镜镜体结构参数的分析[J]. 光学 精密工程,2006,14(1):48-53.
ZHANG G,ZHAO W X. Analysis on structural parameters of light-weighted mirror[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(1): 48-53. (in Chinese)
- [2] 郭培基,余景池. 用校正法提高补偿器检测法的精度[J]. 光学 精密工程,2006,14(2): 202-206.
GUO P J,YU J CH. Improving precision of null lens method with correction technique[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(2): 202-206. (in Chinese)
- [3] SIMONA E, ROGER A. Stretched Membrane with Electrostatic Curvature(SMEC) Mirrors:A new technology for large lightweight space telescopes[J]. *SPIE*,4849, 2002: 356-364.
- [4] 郑晓静. 关于 Karman 薄板方程与薄膜理论的过渡问题[J]. 兰州大学学报(自然科学版),1991 27(3):18-25.
ZHENG X J. On the problem of transition from von Karman plate equations to theory of membrane[J]. *Journal of LANZHOU University(natural science)*. 1991,27(3): 18-25. (in Chinese)
- [5] SERGEY A. DIMAKOV B V. Kislitsyn Analysis of the elasticity theory equations aiming to clear up main relationships of the parameters in the thin flexible-mirror task[J]. *SPIE*,3610, 1999:126-136.
- [6] 刘开国. 板式膜结构的分析[J]. 空间结构, 2005, 11 (2):39-41.
LIU K G. analysis of platy membrane structures [J]. *Spatial Structures*, 2005, 11 (2):39-41. (in Chinese)
- [7] 段浩,胡宗武. 大挠度橡胶圆板的数值解及对其 Hencky 解的修正[J]. 应用力学学报,2003, 20(2):96-100.
DUAN H, HU Z W. Immediate numerical solution of a large deflection rubber circular plate and correct for its Hencky's solution [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2003, 20(2):96-100. (in Chinese)

- [8] 郑晓静. 圆薄板大挠度理论及应用[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1990.
ZHENG X J. *The Large Deflection Theory of the Circle Membrane and its Application* [M]. ChangChun: the publishing house of technology in Ji Lin, 1990. (in Chinese)
- [9] 张奕淦. ANSYS 在张力膜结构找形分析中的应用[J]. 华南农业大学学报, 2005, 4(3): 94-97.
ZHANG Y G. Application of ANSYS in forming-finding for tension membrane structures [J]. *Journal of South China Agricultural University (social science edition)*, 2005, 4(3): 94-97. (in Chinese)
- [10] 何志军, 丁浩民. 基于非线性有限元的膜结构初始形态设计[J]. 四川建筑科学研究, 2004, 30(3): 15-17.
HE ZH J, DING H M. Initial shape-stress design of membrane structures based on nonlinear finite element method [J]. *Sichuan Building Science*, 2004, 30(3): 15-17. (in Chinese)
- [11] 马冬梅, 孙军月, 张波, 等. 高精度大口径平面镜面形角差法测试探究[J]. 光学精密工程, 2005, (增): 121-126.
MA D M, SUN J Y, ZHANG B, *et al.*. High precision large flat mirror measurement by angle difference testing [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005, (Supp.): 121-126. (in Chinese)
- [12] 鄢静舟, 雷凡. 用 Zernike 多项式进行波面模拟和的几种算法[J]. 光学精密工程, 1999, 7(5): 119-128.
YAN J ZH, LEI F. Algorithms for wave-front fitting using Zernike polynomial [J]. *Opt. Precision Eng.*, 1999, 7(5): 119-128. (in Chinese)
- [13] 单宝忠, 王淑岩. Zernike 多项式拟和方法及应用[J]. 光学精密工程, 2002, 10(3): 318-323.
SHAN B ZH, WANG SH Y. Zernike polynomial fitting method and its application [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2002, 10(3): 318-323. (in Chinese)

作者简介: 齐迎春(1979—), 女, 内蒙古赤峰人, 现在中国科学院长春光学精密机械与物理研究所攻读博士学位, 主要从事空间薄膜反射镜成像机理的研究。E-mail: qiyinchun0304@tom.com